

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA AVANZADA Unidos por la senda del progreso		
	CÓDIGO: GA-Gu-02	GUÍAS DE APRENDIZAJE EN CASA	VERSIÓN: 02

Guía N° 3

Fecha: Del 5 de Abril al 23 de abril del 2021

ÁREAS / ASIGNATURAS	Matemáticas y Geometría	GRADOS	Décimo y Undécimo
PERÍODO	Primero	AÑO	2021
DOCENTES	Eliaana Ibarguen Hinestroza y July Johana Yepes		

COMPETENCIAS A DESARROLLAR:

Matemáticas: Razonamiento, comunicación y resolución.

PREGUNTA PROBLEMATIZADORA:

¿Cómo la astronomía moderna usa conceptos de trigonometría?

APRENDIZAJES ESPERADO/ INDICADORES DE DESEMPEÑO:

Matemáticas: Planteamiento y resolución de ejercicios basados en relaciones y operaciones con ángulos. Reconoce los diferentes tipos de ángulos y utiliza sus definiciones para el planteamiento de ecuaciones.

Geometría: Realiza conversiones de unidad entre medidas angulares.

AMBITO CONCEPTUAL:

Matemáticas: Números reales, método de ecuaciones simultaneas y enteras.

Geometría: Ángulos y tipos de ángulos.

METODOLOGÍA:

La metodología empleada en esta guía se centra en la enseñanza de las matemáticas desde la relación de la misma con la vida cotidiana, incorporando las TIC como medio de comunicación y evaluación del trabajo realizado. Se favorece el desarrollo de las competencias de: razonamiento, comunicación y resolución. También se favorecen los procesos de aprendizaje, la innovación, creatividad, trabajo colaborativo, responsabilidad y educación virtual.

DE EXPLORACIÓN:

HISTORIA DE LA TRIGONOMETRÍA

El origen de la palabra trigonometría proviene del griego "Trigonon" (triángulo) y "metron" (medida.) Los babilonios y los egipcios (hace más de 3000 años) fueron los primeros en utilizar los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas para efectuar medidas en agricultura y para construir pirámides. Posteriormente se desarrolló más con el estudio de la astronomía mediante la predicción de las rutas y posiciones de los cuerpos celestes y para mejorar la exactitud en la navegación y en el cálculo del tiempo y los calendarios.



Tomado de:

https://tutareaescolar.com/historia_de_la_trigonometria.html

MOMENTO

Actividad N° 1: Consulta en libros, blog o diferentes páginas de internet, 5 aplicaciones de la trigonometría en la actualidad.

DE ESTRUCTURACIÓN:

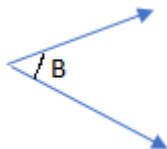
ELEMENTOS BÁSICOS DE LA TRIGONOMETRÍA: ÁNGULOS

Un ángulo es la unión de dos semirrectas que se cortan en un punto. Las semirrectas son los lados del ángulo y el punto común es el vértice.

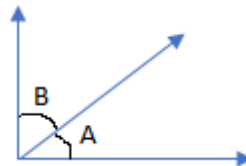


Tipos de ángulos

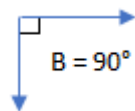
Ángulo agudo: su medida es mayor a 0° y menor que 90° . $0^\circ < B < 90^\circ$.



Ángulos complementarios: son dos ángulos cuyas medidas suman 90° . Es decir: $A + B = 90^\circ$

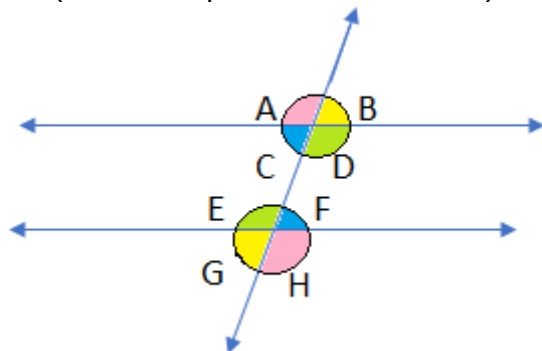


Ángulo Recto: mide 90° . Sus lados son perpendiculares.

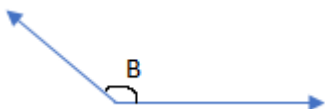


Ángulos entre dos paralelas cortadas por una secante

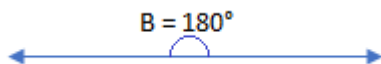
(h, k rectas paralelas, t = secante)



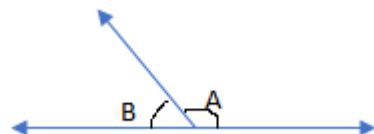
Ángulo obtuso: su medida es mayor a 90° y menor que 180° . $90^\circ < B < 180^\circ$



Ángulo llano: su medida es 180°



Ángulos suplementarios: Son dos ángulos cuya suma es 180° . Es decir: $A + B = 180^\circ$.



Cuando dos rectas son cortadas por una secante, se forman 8 ángulos, 4 son internos: C, D, E, F. 4 Son externos: A, B, G, H.

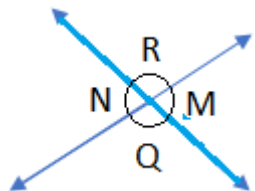
Ángulos alternos internos: Son dos ángulos internos, a lado y lado de la secante y no adyacentes, ellos son: C y F, D y E. Se concluye que: $C = F$ y $D = E$, porque las rectas son paralelas.

Ángulos alternos externos: Son dos ángulos externos a lado y lado de la secante y no adyacentes, ellos son: A y H, G y B. Se concluye que: $A = H$ y $G = B$, porque las rectas son paralelas.

Ángulos colaterales internos: son dos ángulos internos y al mismo lado de la secante C y E, D y F. Se concluye que: $C + E = 180^\circ$ y $D + F = 180^\circ$.

Ángulos colaterales externos: Son dos ángulos externos y al mismo lado de la secante. A y G, B y H. Se concluye que: $A + G = 180^\circ$ y $B + H = 180^\circ$

Ángulos opuestos por el vértice: Son dos ángulos que tienen el mismo vértice y los lados del uno son la prolongación de los lados del otro.



N y M son opuesto por el vértice, luego $M = N$.
R y Q son opuestos por el vértice, luego $R = Q$.

Ejemplo N° 1: dada la siguiente grafica de ángulos entre dos paralelas cortadas por una secante, si el ángulo A = 2B, determina el valor de los 8 ángulos y justifica.



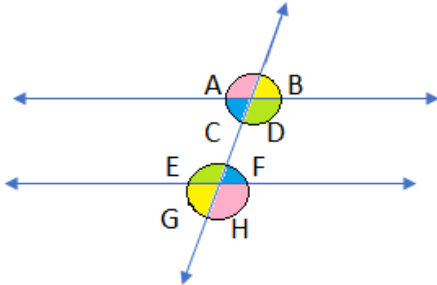
INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA AVANZADA
Unidos por la senda del progreso

CÓDIGO: GA-Gu-02

GUÍAS DE APRENDIZAJE EN CASA

VERSIÓN: 02

Solución:



Valores de los otros ángulos

C = 60°. Por opuesto por el vértice con B.
D = 120°. Por opuesto por el vértice con A.
E = 120°. Por alterno interno con D.
F = 60°. Por alterno interno con E.
G = 60°. Por opuesto con el vértice con F.
H = 120°. Por opuesto con el vértice con E.

$A = 2B$ A y B son ángulos adyacentes

$A + B = 180^\circ$ Por ser definición de adyacentes

$2B + B = 180^\circ$ Sustituyo A por 2B

$3B = 180^\circ$ Sumo términos semejantes

$B = 180^\circ / 3$ Despejo el ángulo B y divido

$B = 60^\circ$ Valor encontrado para B

$A + B = 180^\circ$ A y B son ángulos adyacentes

$A + 60^\circ = 180^\circ$ Sustituyo B por 60°

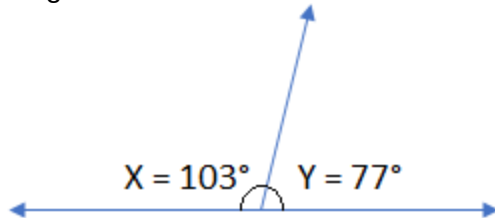
$A = 180^\circ - 60^\circ$ Despejo A y resto.

$A = 120^\circ$ Valor encontrado para A

Ejemplo N° 2: Hallar dos ángulos suplementarios cuya diferencia es 26.

X = ángulo mayor

Y = ángulo menor



Prueba: $103^\circ + 77^\circ = 180^\circ$

Ecuaciones:

Ec 1: $X + Y = 180^\circ$ Ángulos suplementarios

Ec 2: $X - Y = 26$ Por el enunciado

Solución por el método de reducción de ecuaciones:

~~$X + Y = 180^\circ$~~ +

~~$X - Y = 26$~~

Reemplazo en la Ec 1:

$2X = 206^\circ$

$X = 206^\circ / 2$

$X = 103^\circ$

$X + Y = 180^\circ$

$103^\circ + Y = 180^\circ$

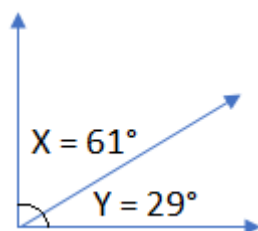
$Y = 180^\circ - 103^\circ$

$Y = 77^\circ$

Ejemplo N° 3: Halla dos números complementarios tales que el doble del menor exceda al ángulo mayor en 3.

X = ángulo mayor

Y = ángulo menor



Prueba: $61^\circ + 29^\circ = 90^\circ$

Ecuaciones:

Ec 1: $X + Y = 90^\circ$ Ángulos complementarios

Ec 2: $X - 2Y = 3^\circ$ Por el enunciado

Solución por el método de reducción de ecuaciones:

Multiplico la Ec 2, por (-1). Y obtengo: $-X + 2Y = -3^\circ$

~~$X + Y = 90^\circ$~~ +

~~$X + 2Y = -3^\circ$~~

Reemplazo en la Ec 1:

$3Y = 87^\circ$

$Y = 87^\circ / 3$

$Y = 29^\circ$

$X + Y = 90^\circ$

$X + 29^\circ = 90^\circ$

$X = 90^\circ - 29^\circ$

$X = 61^\circ$



INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA AVANZADA

Unidos por la senda del progreso

CÓDIGO: GA-Gu-02

GUÍAS DE APRENDIZAJE EN CASA

VERSIÓN: 02

Actividad N° 2: Teniendo en cuenta la figura para ángulos entre dos paralelas cortadas por una secante, resuelve los siguientes enunciados.

1. Si el ángulo A = 110° , hallar el valor de los 8 ángulos, evidenciándose el proceso.
2. Si el ángulo E = $3F$, hallar el valor de los 8 ángulos, evidenciándose el proceso.

Actividad N° 3: Resuelve cada una de los siguientes enunciados, planteando la ecuación, resolviéndola y graficando la respuesta.

1. Hallar dos ángulos complementarios tales que el triple del menor excede al ángulo mayor en 10° .
2. Hallar dos ángulos suplementarios cuya diferencia sea 30° .
3. Hallar dos ángulos complementarios cuya diferencia sea 30° .

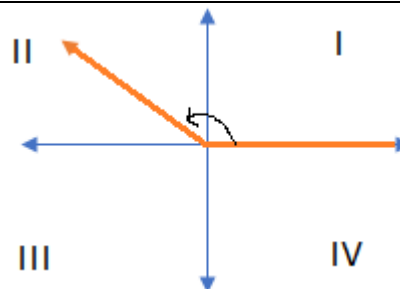
DE TRANSFERENCIA Y VALORACIÓN:

ELEMENTOS BÁSICOS DE LA TRIGONOMETRÍA: MEDICIÓN DE LOS ÁNGULOS

En trigonometría, un ángulo se define como la rotación de una semirrecta sobre su origen. La posición inicial de la semirrecta es el lado inicial del ángulo y la posición final de la semirrecta en la rotación es el lado final del ángulo.

Un ángulo está en posición normal o estándar, si está representado en un sistema de coordenadas, en el cual su vértice es el origen y su lado inicial coincide con el semieje positivo de x.

La ubicación del lado final del ángulo, en posición normal, permite determinar el cuadrante donde se encuentra el ángulo, por ejemplo, el ángulo que está al lado derecho está en el cuadrante II.



Un ángulo se determina mediante el sentido y la magnitud de su rotación, así:

- Cuando un ángulo se genera por una rotación en sentido contrario a las manecillas del reloj, el ángulo es positivo.
- Si la rotación se realiza en el mismo sentido de las manecillas del reloj, el ángulo es negativo.

MEDICIÓN DE ÁNGULOS EN EL SISTEMA SEXAGESIMAL

La unidad de medida de ángulos en el sistema sexagesimal es el grado. Cuando un ángulo realiza una rotación completa, es decir, que el lado final coincide con el lado inicial, se denomina ángulo giro, su medida es 360° .

Un grado se define como: $1^\circ = 1/360^\circ$ parte de la rotación. Por ejemplo: cuando el lado inicial no realiza ninguna rotación la medida del ángulo es 0° . Si el ángulo realiza $\frac{1}{4}$ de la rotación completa, la medida del ángulo es: $\frac{1}{4} (360^\circ) = 90^\circ$.

Un grado tiene dos submúltiplos: el minuto y el segundo, y se determinan de la siguiente forma:

$$1 \text{ minuto} = 1' = 1/60^\circ$$

$$1 \text{ segundo} = 1'' = 1/60' = 1/3600^\circ$$



INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA AVANZADA
Unidos por la senda del progreso

CÓDIGO: GA-Gu-02

GUÍAS DE APRENDIZAJE EN CASA

VERSIÓN: 02

Ejemplo N° 4: expresa $56,74^\circ$ en grados, minutos y segundos.

Proceso	Justificación
$56,74^\circ = 56^\circ + 0,74^\circ$ $= 56^\circ + (0,74^\circ \times 60')$ $= 56^\circ + 44,4'$ $= 56^\circ + 44' + 0,4'$ $= 56^\circ + 44' + (0,4' \times 60'')$ $= 56^\circ + 44' + 24''$ <u>Respuesta:</u> $56,74^\circ = 56^\circ 44' 24''$	Se expresa el ángulo como la suma de la parte entera y la parte decimal Se multiplica la parte decimal por 60 Se convierte la parte decimal a minutos. Se expresan los minutos como la suma de la parte entera y la parte decimal Se multiplica la parte decimal por 60 para pasarlo a segundo Se convierte la parte decimal a segundo

Ejemplo N° 5: Expresa en grados $25^\circ 12' 38''$

Proceso	Justificación
$25^\circ 12' 38'' = 25^\circ + 12' + 38''$ $= 25^\circ + 12 \times \left(\frac{1}{60}\right) + 38 \times \left(\frac{1}{3600}\right)$ $= 25^\circ + 0,2^\circ + 0,01^\circ$ $= 25,21^\circ$ <u>Respuesta:</u> $25^\circ 12' 38'' = 25,21^\circ$	Se expresa el ángulo como la suma de grados, minutos y segundos Se multiplica por $(1/60)$ los minutos y por $(1/3600)$ los segundos. Resultados de la multiplicación Resultado de realizar las sumas indicadas.

MEDICIÓN DE ÁNGULOS EN EL SISTEMA CÍCLICO

La unidad de medida de ángulos en el sistema cíclico es el radian. La medición de un ángulo en el sistema cíclico se determina a partir de la relación que existe entre un ángulo central en una circunferencia y el arco subtendido por dicho ángulo.

Si el radio de la circunferencia mide 1 unidad, entonces la longitud de la circunferencia es 2π .

Relación entre grados y radianes

Como la medida en grados de una rotación es 360° y su medida en radianes es 2π rad, entonces, se tiene que: **$360^\circ = 2\pi$ rad**. Si se simplifica la expresión anterior, se obtiene: $180^\circ = \pi$ rad

Ejemplo N° 5: Convertir 60° en radianes.

Proceso	Justificación
$60^\circ = 60^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad}$ $= \frac{60^\circ \pi}{180} \text{ rad}$ $= \frac{\pi}{3} \text{ rad}$	Se multiplica el ángulo por $\frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad}$ Resultado de la multiplicación, este se tiene que simplificar Respuesta obtenida. $60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$



INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA AVANZADA
Unidos por la senda del progreso

CÓDIGO: GA-Gu-02

GUÍAS DE APRENDIZAJE EN CASA

VERSIÓN: 02

Actividad N° 4: grafica en el plano cartesiano los siguientes ángulos.

A. 45° B. 235° C. -120° D. 300° E. -30° Se necesita transportador.

Actividad N° 5: expresa la medida de cada ángulo en grados, minutos y segundos.

A. $48, 55^\circ$ B. $23,58^\circ$ C. $60,27^\circ$ D. $30,30^\circ$ E. $42,12^\circ$

Actividad N° 6: expresa cada ángulo en radianes.

A. 45° B. 150° C. 120° D. 315° E. 30°

DE EVALUACIÓN: Encierra en un círculo la opción correcta, según el caso y justifica tu respuesta con un procedimiento.

1. La trigonometría es la rama de la matemática que estudia las razones entre los lados de un triángulo y sus:

A. Lados B. Ángulos C. Vértices D. Triángulos

2. Un ángulo es una porción del plano delimitada por dos _____ llamadas lados.

A. Líneas rectas B. Ángulos C. Semirrectas D. Segmentos

3. Un ángulo es positivo cuando:

A. Gira en sentido contrario a las manecillas del reloj.

B. Gira en sentido de las manecillas del reloj.

C. Su valor es un numero entero.

D. Cuando se puede graficar con el transportador.

4. Si dos ángulos son suplementarios, el valor de su suma es:

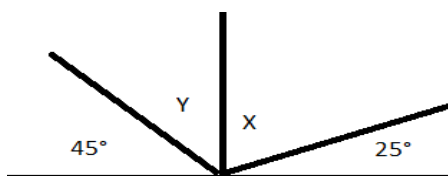
A. 90° B. 180° C. 360° D. 45°

5. Los ángulos opuestos por el vértice son:

A. Suplementarios B. De igual medida C. Adyacentes D. Complementarios

RESPONDE LAS PREGUNTAS 6 A 8 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Andrés realizó el siguiente esquema para la clase de geometría, en ella hay 4 ángulos, en la figura se conoce el valor de dos ángulos.



6. El valor del ángulo X y Y respectivamente es:

A. 45° y 65° B. 135° y 65° C. 65° y 45° D. 45° y 25°

7. El valor de la suma de los 4 ángulos es:

A. 360° B. 180° C. 90° D. 45°

8. El valor del ángulo Y en radianes es:

A. $\pi/4$ B. $\pi/2$ C. π D. $3\pi/2$

9. El ángulo $5\pi/3$, corresponde en grados a:

A. 215° B. 270° C. 90° D. 300°

10. La medida del ángulo formado por el minutero y el horario de un reloj a las 4:00pm es:

A. 60° B. 100° C. 120° D. 180°